

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală, 16 februarie 2024

Barem Clasa a VI-a

Problema 1

Să se arate că numărul $A=2022^{2023}+2023^{2023}+2024^{2023}$ este divizibil cu 17.

Prof. Alina Chiricioglu

Barem

$$2022^{2023}=(17 \cdot 118+16)^{2023}=M17+16^{2023}=M17+(17-1)^{2023}=M17+M17-1=M17-1 \dots\dots\dots 2p$$

$$2023^{2023}=(17 \cdot 119)^{2023}=17^{2023} \cdot 119^{2023}=M17 \dots\dots\dots 2p$$

$$2024^{2023}=(17 \cdot 119+1)^{2023}=M17+1 \dots\dots\dots 2p$$

$$A=M17-1+M17+M17+1=M17 \dots\dots\dots 1p$$

Problema 2

Numărul elevilor claselor a VI-a ai unei școli, este cuprins între 100 și 200. Dacă elevii s-ar alinia în grupe de câte 12, 18 respectiv 24, rămân de fiecare dată 5 elevi.

- Este posibil ca numărul de elevi să fie egal cu 161? Justifică răspunsul.
- Determină numărul elevilor de clasa a VI-a ai școlii.

Prof. Felicia Mădălina Mocanu

Barem

- $161 : 18 = \text{rest } 17$, 17 diferit de 5.

Deci nu este posibil ca numărul de elevi să fie egal cu 161.....2p

- $n = 12c_1+5$

$$n = 18c_2+5,$$

$$n = 24c_3+5, \dots\dots\dots 3p$$

unde n este numărul de elevi.

Deci $n - 5$ este multiplu comun al numerelor 12, 18 și 24, deci $n-5=72k \dots\dots 1p$

Numărul n este cuprins între 100 și 200, deci $n - 5 = 144$, rezultă că $n = 149 \dots 1p$

Problema 3

Se consideră pe dreapta d punctele M, O, N (în această ordine). De o parte și de alta a dreptei d se iau punctele A și B astfel ca $m(\sphericalangle MOA) = 30^\circ$, iar $m(\sphericalangle NOB) = \frac{4}{5}$ din măsura unghiului NOE . OE este bisectoarea unghiului AON . Să se arate că punctele F, O, A sunt coliniare, știind că OF este bisectoarea unghiului NOB și deasemenea să se afle măsura unghiului BOA .

Prof. Elena Țincu

Barem

Desen.....1p

Aflăm măsura unghiului $NOE = 75^\circ$ 1p

Calculăm $\frac{4}{5}(\sphericalangle NOE) = \sphericalangle NOB = 60^\circ$2p

Ducem bisectoarea unghiului NOB și aflăm $\sphericalangle NOF = \sphericalangle FOB = 30^\circ$ rezultă că punctul F este coliniar cu punctele O și A 1p.

$\sphericalangle BOA = \sphericalangle BOM + \sphericalangle MOA$1p

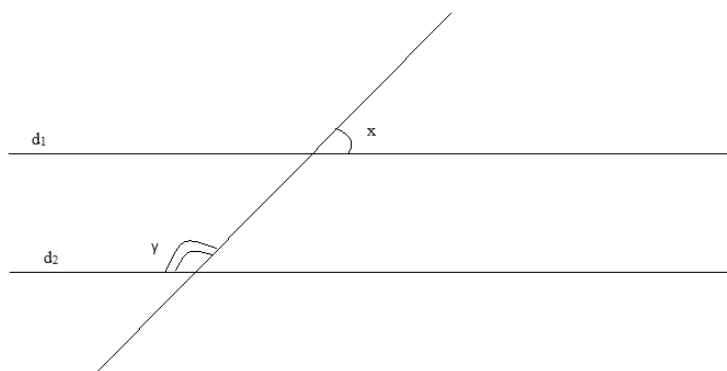
$\sphericalangle BOM = 180^\circ - 60^\circ$

$\sphericalangle BOA = 120^\circ + 30^\circ = 150^\circ$1p

Problema 4

Unghiurile x și y din desenul de mai jos au măsurile exprimate prin numere naturale care împărțite la 3 dau restul 2, respectiv 1. Știind că d_1 și d_2 sunt paralele, $45^\circ \leq x \leq 50^\circ$, determinați măsurile celor două unghiuri.

Prof. Coadă Monica



Barem

$$x+y=180^\circ \dots\dots\dots 1p$$

$$x=3k+2, k \in \mathbb{N} ; y=3p+1, p \in \mathbb{N} \dots\dots\dots 1p$$

$$3k+2+3p+1=180^\circ \Rightarrow 3(k+p)=177^\circ \Rightarrow k+p=59^\circ \dots\dots\dots 2p$$

$$45^\circ \leq x \leq 50^\circ \Rightarrow 45^\circ \leq 3k + 2 \leq 50^\circ \Rightarrow 43^\circ \leq 3k \leq 48^\circ \text{ și împărțind la 3 obținem } k=16 \dots\dots\dots 1p$$

$$x=50^\circ \dots\dots\dots 1p$$

$$y=130^\circ \dots\dots\dots 1p$$